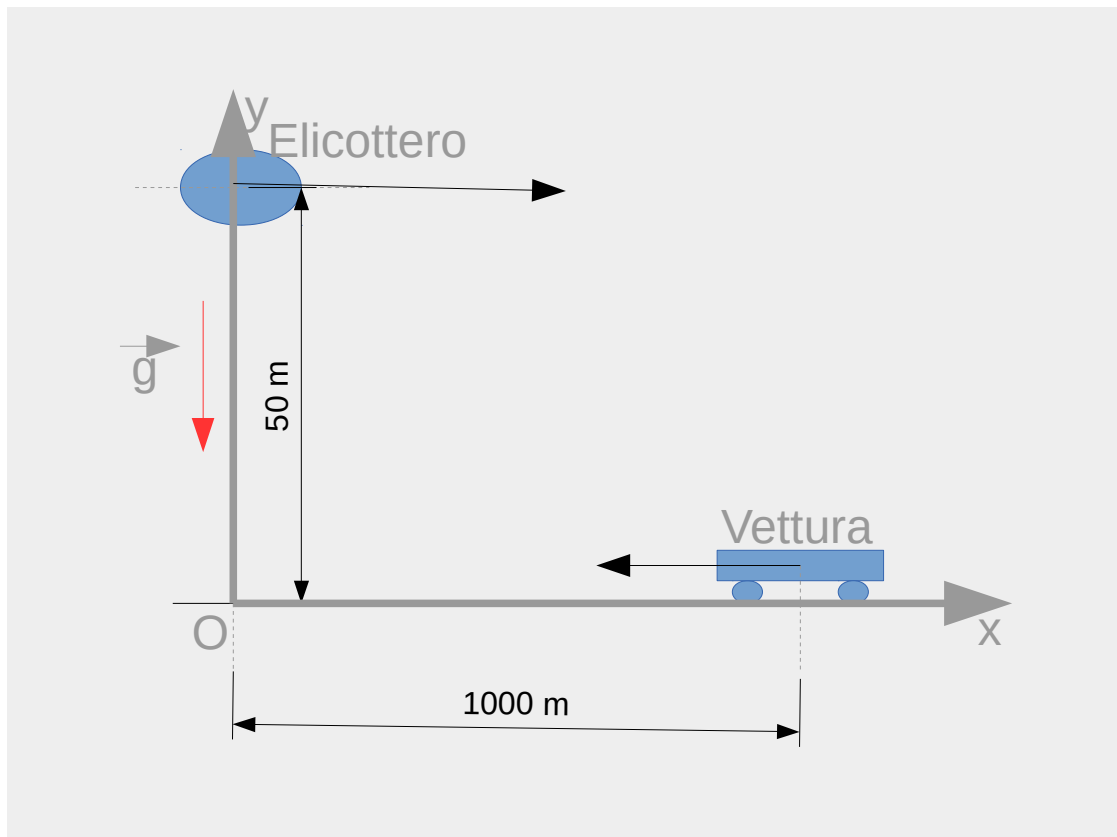


Esercizio

Sul set di un film d'azione, un uomo a bordo di un elicottero intende distruggere una vettura che marcia in strada.

In un certo istante, che definiamo istante zero, l'elicottero si trova ad un'altezza di 50,0 m rispetto alla strada e la sua proiezione sulla strada, dista 1000 m dalla vettura. Le velocità dell'elicottero, all'istante zero, è pari a 50,0 m/s ed è diretta orizzontalmente, quindi lungo l'asse x del sistema di riferimento fissato ed è orientata verso destra. Un piccolo cannone, posto sull'elicottero, spara un proiettile, la cui massa è trascurabile rispetto a quella dell'aviogetto, orizzontalmente, a una velocità di 250 m/s, rispetto all'elicottero stesso. La vettura e l'elicottero procedono in verso opposto. A quale velocità, costante, dovrebbe marciare la vettura affinché sia colpita dal proiettile.



Soluzione

Fissiamo il sistema di riferimento oxy in figura, solidale con la strada.

La velocità assoluta del proiettile, cioè la velocità di quest'ultimo rispetto al sistema di riferimento fissato in figura, è data dalla somma di due velocità: quella del proiettile stesso rispetto all'elicottero, (velocità relativa), e quella dell'elicottero rispetto alla strada, (velocità di trascinamento). Poiché il testo specifica che il proiettile è sparato orizzontalmente, all'istante zero, il vettore velocità sarà diretto interamente lungo l'asse x .

Indicando con

V_0 : velocità assoluta del proiettile (rispetto alla strada).

V_r : velocità relativa del proiettile (rispetto all'elicottero).

V_t : velocità di trascinamento (dell'elicottero rispetto alla strada)

si ha:

$$V_0 = v_r + v_t = 250 + 50 = 300 \text{ m/s} \quad \text{Relazione 1}$$

E' possibile scomporre il moto del proiettile lungo i due assi, x e y, del sistema di riferimento scelto, tenendo conto che, in questo caso, la componente della velocità iniziale lungo l'asse y è nulla.

Il moto del proiettile sarà rettilineo ed uniforme lungo l'asse x e rettilineo ed uniformemente accelerato lungo l'asse y.

E' possibile scrivere:

$$x(t) = V_0 t \quad \text{Relazione 1}$$

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \text{Relazione 2}$$

Calcoliamo il tempo " t_v " impiegato dal proiettile a raggiungere la strada, ponendo:

$$y(t_v) = 0$$

Infatti, quando il proiettile raggiunge la strada, la grandezza "y", rispetto al sistema di riferimento fissato è nulla. Sostituiamo, inoltre, nella relazione 1, al posto di " y_0 " la quantità "h", si ha:

$$0 = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_v^2 \quad \text{Relazione 3} \quad \text{Segue} \quad t_v = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot h}{g}\right)} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 50}{9,81}\right)} \approx 3,19 \text{ s} \quad \text{Relazione 3}$$

Sostituendo il valore di " t_v " calcolato, al posto della variabile "t" nella relazione 1 si ottiene la gittata, ossia la distanza fra l'origine del sistema di riferimento e il punto della strada in cui cade il proiettile.

Si ha:

$$\text{gittata} = X_{max} = V_0 \cdot t_v = 300 \cdot 3,19 \approx 957 \text{ m} \quad \text{Relazione 4}$$

Perché la vettura sia colpita dal proiettile, essa dovrà trovarsi, all'istante " t_v ", nello stesso punto in cui si trova il proiettile, vale a dire a una distanza di 957 metri rispetto all'origine del sistema di riferimento.

Scriviamo la legge oraria del moto della vettura:

$$x(t) = x_0 - V_{aut} \cdot t \quad \text{Relazione 5} \quad V_{aut} \text{ è la velocità della vettura}$$

Imponiamo che $x(t_v) = 957 \text{ m}$, inteso che $x_0 = 1000 \text{ m}$ (posizione della vettura all'istante zero). Si ha:

$$x(t_V) = 957 = 1000 - V_{aut} \cdot 3,19 \rightarrow 957 = 1000 - V_{aut} \cdot 3,19 \rightarrow V_{aut} = \frac{1000 - 957}{3,19} \simeq 13,5 \text{ m/s}$$