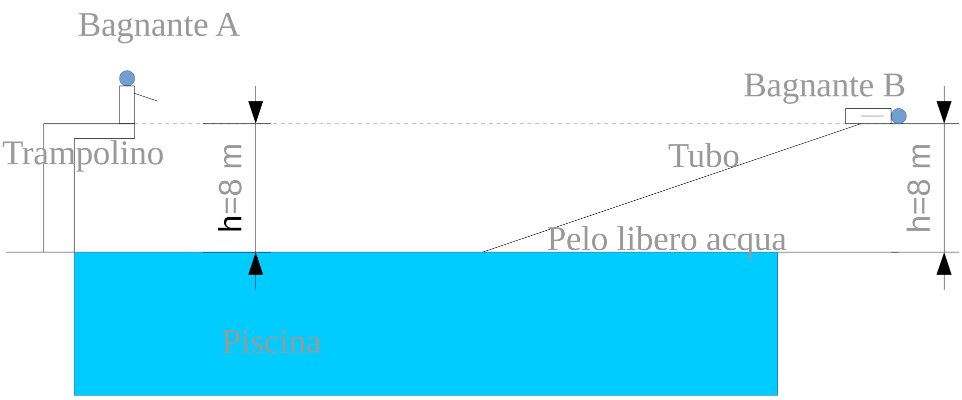
Esercizio

In un parco giochi acquatico, due bagnanti si tuffano in una piscina.
Il primo, si lascia cadere da un trampolino la cui distanza dal pelo libero dell'acqua è 8,00 m. Il secondo si lascia scivolare all'interno un tubo, le cui pareti sono lambite d'acqua e il cui estremo superiore dista dal pelo libero dell'acqua, anch'esso, 8,00 m, come mostrato in figura.
Calcolare la velocità con cui i due bagnanti raggiungono il pelo libero dell'acqua, calcolare il tempo da essi impiegato.
Si supponga che non vi sia attrito fra il bagnate che si lascia scivolare all'interno del tubo e il tubo stesso.



Soluzione

Indichiamo col pedice "a", tutte le grandezze fisiche concernenti il bagnante "A" e col pedice "b" tutte le grandezze fisiche concernenti il bagnante B.

Il problema può essere risolto avvalendosi di considerazioni energetiche oppure applicando le leggi della dinamica. Procederemo in entrambi i modi.

Considerazioni energetiche

Per entrambi i bagnanti, quello che si lascia cadere dal trampolino e quello che si lascia scivolare attraverso il tubo, gli attriti, come il testo suggerisce, sono trascurabili. In un sistema privo di forze dissipative l'energia meccanica si conserva.

Nel caso A e nel caso B avremo pertanto:

$$E_{mi}=E_{mf}$$

Dove i simboli E_{mi} e E_{mf} indicano rispettivamente l'energia meccanica iniziale e finale, in entrambe le situazioni, A e B.
Considerando come livello di riferimento il pelo libero dell'acqua, inizialmente, i due corpi

possiederanno solo energia potenziale, poiché la loro velocità è, per ipotesi nulla, mentre, nell'istante in cui sfioreranno il pelo dell'acqua avranno solo energia cinetica.

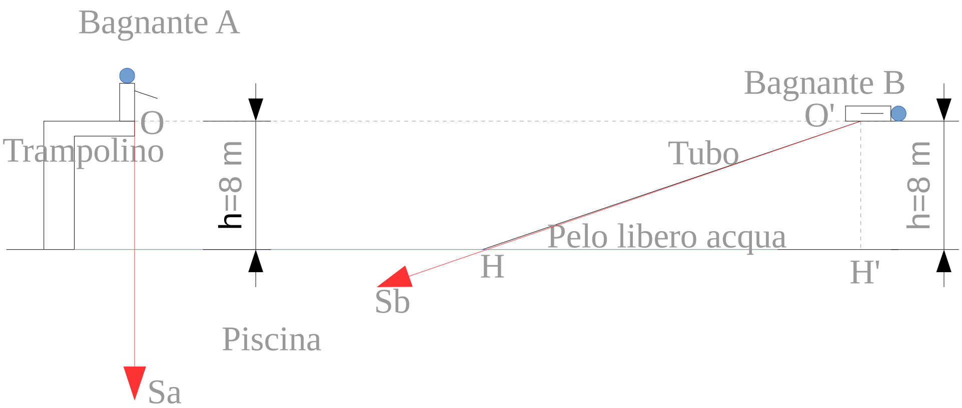
Si ha allora:

$$mgh=\frac{1}{2}m\,v^2$$

Semplificando la quantità “m” e risolvendo rispetto a “v” che rappresenta la velocità dei due corpi nell'istante in cui raggiungono il pelo libero dell'acqua si ha:

$$v=\sqrt{(2gh)}=\sqrt{(2\cdot 9{,}81\cdot 8{,}00)}\approx 12{,}5\,m/s$$

Soluzione mediante equazioni della dinamica



Caso A

Il bagnante a si muoverà di moto rettilineo ed uniformemente accelerato, considerando il sistema di riferimento in figura si ha:

$v_a(t)=v_{0a}+g\cdot t$ Relazione 1

$s_a(t)=v_{0a}t+\frac{1}{2}g\cdot t^2$ Relazione 2

La velocità iniziale, come suggerisce il testo, è nulla, si ha pertanto:

$v_a(t)=g\cdot t$ Relazione 3

$s_a(t)=\frac{1}{2}g\cdot t^2$ Relazione 4

Dalla relazione 4 è possibile calcolare l'istante , t_c ,in cui il corpo A raggiunge il pelo dell'acqua, ponendo $s_a(t_c)=h$, si ha:

$h=\frac{1}{2}g\cdot t_c^2$ segue $t_c=\sqrt{(\frac{2h}{g})}\approx\sqrt{(\frac{2\cdot 8}{9{,}81})}\approx 1{,}28\,s$ Relazione 5

Sostituendo t_c nella reazione 3, calcoliamo la velocità del corpo A in corrispondenza al pelo libero.

$$v_a(t_c)=g\cdot t_c\approx 9{,}81\cdot 1{,}28\approx 12{,}5\,m/s \quad \text{Relazione 6}$$

Caso B

Applicando la legge fondamentale della dinamica al corpo B, lungo l'asse Sb, indicando con "a" l'angolo formato fra il tubo inclinato e il pelo libero dell'acqua, si ha:

$$mg\cdot\sin a=ma \quad \text{Relazione 7}$$

Semplificando la quantità "m" nella relazione 7 si ha:

$$g\cdot\sin a=a \quad \text{Relazione 8}$$

Il moto del bagnante B lungo l'asse Sb, sarà rettilineo ed uniformemente accelerato, con accelerazione costante e pari a "g sin a".

Applicando le relazioni del moto rettilineo ed uniformemente accelerato per il corpo B, si ha:

$v_b(t)=v_{0b}+a\cdot t$ Relazione 9

$s_b(t)=v_{0b}\,t+\frac{1}{2}a\cdot t^2$ Relazione 10

Anche il bagnante B parte da fermo, perciò $v_{0b}=0$. Si ha allora:

$v_b(t)=a\cdot t$ Relazione 11

$s_b(t)=\frac{1}{2}a\cdot t^2$ Relazione 12

Per calcolare il tempo di caduta del corpo B, t_{cB} ,imponiamo che $s_b(t_{cb})=L$ dove "L" è la lunghezza del segmento O'H, vale a dire , la lunghezza del tubo, a partire dalla quota "h" fino al pelo libero dell'acqua. Considerando il triamgolo rettangolo OHH' si ha:

$L=\frac{h}{(\sin a)}=\frac{8{,}00}{0{,}5}=16{,}0$ Relazione 14

$L=\frac{1}{2}a\cdot t_{cB}^2$ Relazione 15 si ha:

$t_{cB}=\sqrt{(\frac{2L}{a})}\approx\sqrt{(\frac{2L}{a})}\approx\sqrt{(\frac{2\cdot 16}{9{,}81\cdot\sin 30})}\approx 2{,}55\,s$ Relazione 16

Sostituendo al posto di “t”, nella relazione 11, il valore tcb calcolato, si ha:

$v_b(t_{cB})=a\cdot t_{cB}$ segue $v_b(t_{cB})=a\cdot t_{cB}=g\cdot\sin a\cdot t_{cB}\approx 9{,}81\cdot 0{,}5\cdot 2{,}55\approx 12{,}5\,m/s$ Relazione 17